INSTITUT DES HAUTES ÉTUDES

POUR LE DÉVELOPPEMENT DE LA CULTURE, DE LA SCIENCE ET DE LA TECHNOLOGIE EN BULGARIE

http://www.iheb.org/

Concours Général de Physiques

« Minko Balkanski »

16 Mai 2009

Le problème est les deux exercices sont entièrement indépendants et peuvent être traités dans n'importe quel ordre.

La clarté et la précision de la rédaction, qui doit être en français ou en anglais, seront prises en compte dans la note finale.

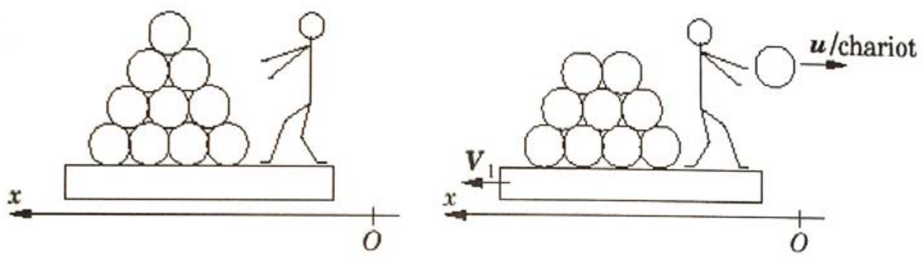
La durée de la composition est de 4 heures! Les calculatrices sont autorisées.

Problème : Quelques aspects de l'astronautique (12pts)

L'objectif des questions de cet exercice est d'obtenir **des valeurs numériques**. Une formule analytique exprimant le résultat en fonction des grandeurs physiques du problème est bien sûr attendue, mais cette formule n'est qu'un intermédiaire.

I - Principe de la propulsion par réaction.

Dans cette partie, on étudie le principe de la propulsion. Pour ce faire, on considère une planche à roulettes ou un chariot sur lequel se trouvent un opérateur et ***n*** sacs de sable de masse ***m*** chacun. On néglige l'effet des actions dissipatives. Pour simplifier les expressions demandées on négligera la masse du chariot et de l'opérateur devant la masse d'un sac. Le référentiel ***R***, attaché à l'axe ***Ox*** est galiléen.



I.A A l'instant $t = 0$, l'opérateur lance le premier sac de masse m à la vitesse $\mathbf{u} = -u\mathbf{e}_x$ [*] évaluée par rapport au chariot ! Montrer que, dans le référentiel R lié au sol (à

[*] Chaque symbole en gras est considéré comme une variable vectorielle.

l'axe Ox), la quantité de mouvement d'un système clairement défini se conserve. En déduire la vitesse $\mathbf{V_1}$ (évaluée dans R), du chariot et de tout ce qu'il contient après ce premier lancer.

I.B A l'instant $t_2 = t_1 + T$, l'opérateur lance un deuxième sac à la vitesse $\mathbf{u} = -u\mathbf{e}_x$ évaluée par rapport au chariot ! Evaluer la vitesse par rapport à R, du chariot et tout ce qu'il contient après ce deuxième lancer. Montrer que cette vitesse peut se mettre sous la forme $\mathbf{V}_2 = -\left(\frac{1}{n-1} + \frac{1}{n-2}\right)\mathbf{u}$. On précisera le système étudié.

I.C Etablir l'expression de la vitesse $\mathbf{V}_k$ du chariot, toujours évaluée par rapport au référentiel R, après le k - ième jet effectué à l'instant $t_1 + (k-1)T$, en fonction de n, k et $\mathbf{u}$. On précisera le système étudié.

I.D Etablir l'expression $\mathbf{a}_k$ de l'accélération moyenne du chariot sur une durée incluant le k - ième jet (par exemple entre $t_1 + (k-3/2)T$ et $t_1 + (k-1/2)T$) en fonction de n, k, T et $\mathbf{u}$ (par rapport à R).

I.E On appelle D_m le « débit de masse », c'est-à-dire la masse propulsée hors du chariot par unité de temps. Exprimer $\mathbf{a}_k$ en fonction de n, k, D_m, m et $\mathbf{u}$.

I.F Montrer que le système {chariot et son contenu après le k - ième jet} semble soumis, sur une durée incluant le jet, à une force de poussée Π moyenne que l'on exprimera en fonction de D_m et $\mathbf{u}$.

II - Propulsion par moteur fusée.

On étudie une fusée de masse total (à l'instant t) $m(t)$ et de vitesse $\mathbf{V}(t)$ dans un référentiel galiléen R ; soit D_m le débit massique (constant) de gaz éjectés, et $\mathbf{u}$ leur vitesse d'éjection dans le référentiel R' lié à la fusée. La résultante des forces extérieures exercées sur la fusée est notée $\mathbf{R}$.

II.A En effectuant un bilan de quantité de mouvement entre les instants t et $t+dt$ *sur un système fermé*, montrer que $m(t)\frac{d\mathbf{V}(t)}{dt} = \mathbf{R} + \mathbf{T}$, où $\mathbf{T}$ est une « force de poussée » dont on donnera l'expression en fonction de $\mathbf{u}$ et de D_m.

II.B On considère une fusée se déplaçant dans le vide, en l'absence de pesanteur ; les masses initiale et finale de cette fusée sont m_i et m_f ; $\mathbf{u}$ et $\mathbf{V}(t)$ ont la même direction fixe. Exprimer l'accroissement de vitesse $\Delta V = V_f - V_i$ en fonction de m_i, m_f et u où u est la norme de $\mathbf{u}$ supposée constante.

II.C On définit l'efficacité propulsive comme le rapport Q entre l'énergie cinétique communiquée à la « masse utile » m_f à partir d'une fusée au repos et l'énergie total dépensée, définie comme $m_e u^2/2$, où m_e est la masse éjectée entre l'instant initial et l'instant final. Exprimer Q en fonction de $x = V_f/u$. Tracer l'allure de Q en fonction de x. Comment interpréter qualitativement l'existence d'un maximum ?

II.D La masse totale au décollage d'une fusée Saturn V était de $2\times10^6\,\mathrm{kg}$; la vitesse d'éjection des gaz était de l'ordre de $4\ \mathrm{km.s^{-1}}$. L'accélération au décollage était d'environ 1g ($g \cong 10\ \mathrm{m.s^{-2}}$). Evaluer le débit massique et commenter.

Dans les questions suivantes, le référentiel R (muni du repère $Oxyz$) est lié au sol.

II.E A $t=0$, une fusée initialement immobile située à l'altitude $z=0$ est mise à feu. Supposons que la fusée s'élève verticalement, dans un champ de pesanteur **g** supposé constant, avec un débit massique D_m constant. La planète est supposée sans atmosphère. Etablir les expressions de la vitesse $V(t)$ et de l'altitude $z(t)$ en fonction du temps, de $m(0), g, u$ et D_m. On rappelle que $\int \ln x dx = x\ln(x) - x$.

II.F Le rayon de la Terre est $R_T = 6400\ \mathrm{km}$. L'intensité de la pesanteur au niveau de la surface de la Terre est $\mathrm{g_0}$ ($\mathrm{g_0} \cong 10\ \mathrm{m.s^{-2}}$). Evaluer l'énergie potentielle d'une masse de $1\,\mathrm{kg}$ au repos à la surface de la Terre en prenant son énergie potentielle nulle à l'infini.

II.G L'énergie libérée par la combustion d'un kilogramme de mélange de dioxygène et de dihydrogène ne dépasse pas $2\times10^7\,\mathrm{J}$. Dans ces conditions, est-il possible de s'échapper du champ gravitationnel terrestre ? On demande une étude qualitative.

III – Le moteur ionique.

L'éjection de matière peut être obtenue par un moyen électrique, et non plus chimique.

III.A A l'intérieure d'un véhicule spatial, des particules chargées de masse μ et de charge q positive sont accélérées par une différence de potentiel U_t puis éjectées hors du véhicule. Soit D_m le débit massique de matière éjectée. Exprimer la « force de poussée » T exercée sur le vaisseau spatial en fonction de q, U_t, D_m et μ.

III.B Dans le cas où on néglige la force de pesanteur et la résistance de l'air, évaluer la puissance électrique minimale $P_{e\min}$ que doit fournir le générateur, pour que l'accélération du vaisseau soit γ. $P_{e\min}$ sera exprimée en fonction de γ, μ, q, U_t et de la masse totale m du vaisseau à l'instant considéré.

III.C Applications numériques : Le moteur NSTAR équipant la sonde Deep Space One, lancée le 24 Octobre 1998, possède les caractéristiques suivantes :

- Tension accélératrice : $U_t = 1090\mathrm{V}$
- Puissance électrique consommée par le moteur ionique : $2{,}3\mathrm{kW}$
- Particules éjectées : ions Xenon, de charge $+e$ ($N_A = 6{,}02\times10^{23}\mathrm{mol^{-1}}$, la masse molaire du Xenon est $M_{Xe} = 131{,}3\mathrm{g.mol^{-1}}$, la charge élémentaire vaut $e = 1{,}6\times10^{-19}\mathrm{C}$)
- Force de poussée : $93\mathrm{mN}$

Calculer le rapport $\mathrm{T/P_e}$ de deux façons différentes. Les données fournies sont-elles cohérentes ? (une réponse limitée à « oui » ou « non » sera considérées comme insuffisantes)

Exercice 1 (3pts)

Une lentille type plan-concave, avec un indice de réfraction de $n = 1{,}50$, est placée sur une lame de verre (cf. ***Figure 1***). La face concave, qui a une rayon de courbure de $8{,}00\text{m}$, est placée vers le bas. Le dispositif est éclairé par le haut avec une lape a vapeur de sodium, qui envoie une lumière jeune, avec une longueur d'onde de 589nm. Une série des franges concentriques est observée en réflexion. La figure d'interférence a une tache sobre au centre entourée par 50 anneaux noir, parmi lesquelles celui avec le plus grand diamètre est situées à l'arrête de la lentille.

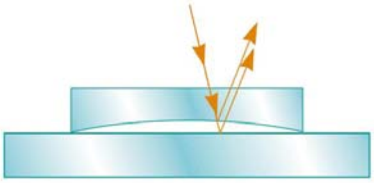


Figure 1

(a) Quelle est l'épaisseur de la couche de l'air au centre de la figure d'interférence ?
(b) Quel est le rayon du dernier anneau noir ?
(c) Quel est la distance focale de la lentille ?

Exercice 2 (5pts)

Considérons un disque, qui conduit parfaitement le courant électrique, de rayon r_0 qui est soumis à un champ magnétique B perpendiculaire du plan de disque. Des contactes mobiles sont ajoutés sur le bord du disque (C_1) et sur son axe (C_2) (cf. ***Figure 2***). Ce système est appelé « générateur homopolaire » de Faraday. Quand il tourne avec une vitesse angulaire constante un courant électrique constant est généré dans le circuit. Un moment de torsion est introduit par une masse M attachée sur une corde, passant par le périmètre du disque.

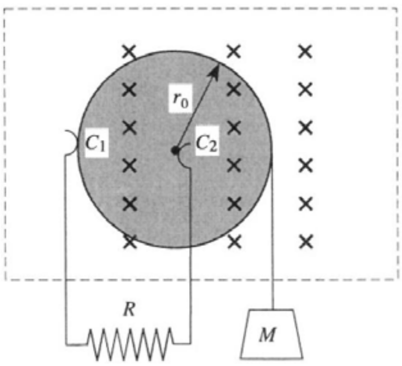


Figure 2

(a) Expliquer pourquoi et comment le courant circule. Donner une expression quantitative pour le courant comme fonction de la vitesse angulaire.
(b) Si on a une corde infiniment longue, le système va attendre une vitesse angulaire constante ω_f. Trouver cette vitesse et le courant associé.

****FIN****